FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2004-2005

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.

corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - N.O.

28 gennaio 2005

i) *Lo studente svolga* ALMENO UN ESERCIZIO *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2\dfrac{y'}{x} + 2\dfrac{y}{x^2} = \dfrac{1}{x} \\ y'(1) = y(1) = 1. \end{cases}$$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2x - y}{x + 2y} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

precisando il più ampio intervallo in cui è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \log\sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2 - 1,$$

a) determinare gli eventuali estremi relativi;

b) dire se $f(x, y)$ é limitata calcolando gli eventuali estremi inferiore e superiore, precisando se si tratta di minimo e massimo.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(\log(x^2 + y^2) + \frac{2x^2}{x^2 + y^2}\right) dx + \frac{2xy}{x^2 + y^2} dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

dove γ é la curva di equazione

$$(2 + \cos t, 2\sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

3) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^2}{2 + 3n^3x^2},$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2004-2005

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003

18 luglio 2005

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$Ky'' + 2y' + Ky = \cos x,$$

essendo K un parametro reale.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 1 \\ y_2' = 2y_1 + y_2 \end{cases}$$

Gruppo B

1) Calcolare il seguente integrale

$$\int\int\int_T \frac{x+y}{\sqrt{z^2x^2 + z^2y^2}}\, dxdydz,$$

essendo $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x, -1 \leq z \leq 0\}$.

2) Data la funzione

$$f(x, y) = x^2(y - 2x)$$

calcolare gli eventuali punti di massimo e/o di minimo relativi. Dire inoltre se $f(x, y)$ è limitata.

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{(x^2 - 2)^2}$$

calcolare $f^{(8)}(0)$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.

corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003

2 dicembre 2005

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' + \frac{y}{x^2} = \frac{\log x}{x}.$$

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 4y_2 + 1 \\ y_2' = y_1 + 2y_2 + x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{x[2+\log(x^2+y^2)]}{\sqrt{x^2+y^2}}dx + \frac{y[2+\log(x^2+y^2)]}{\sqrt{x^2+y^2}}dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

dove γ é la frontiera del quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$.

3) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 4^{-n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} (x-2)^n,$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
23 gennaio 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt{y-1}}{x^2} \\ y(2) = 2 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 + 3y_2 + 1 \\ y_2' = y_1 + 2y_2 + 2x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Data la forma differenziale

$$\omega = 2xy \left[\frac{1}{x^2+y^2} - \frac{x^2}{(x^2+y^2)^2} \right] dx + x^2 \left[\frac{1}{x^2+y^2} - \frac{2y^2}{(x^2+y^2)^2} \right] dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

dove γ é la frontiera del triangolo di vertici i punti $(0,1)$, $(-1,-1)$ e $(1,-1)$.

2) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3x^2+n},$$

studiarne la convergenza puntuale ed uniforme.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
13 febbraio 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -\dfrac{x+4xy}{2x^2+y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 4y_2 + 1 \\ y_2' = y_1 + y_2 + x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = |x|(y-1),$$

a) determinare gli eventuali punti di amssimo e/o minimo relativi;
b) determinare massimo e minimo assoluti in $[0,1]\times[0,1]$.

2) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{\frac{x}{2}}}{2^n},$$

provare che:
i) converge puntualmente in $\mathbb{R}$;
ii) converge uniformemente in $]-\infty,0]$;
iii) non converge uniformemente in $[0,+\infty[$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
16 maggio 2006
APPELLO RISERVATO A STUDENTI FUORI CORSO O RIPETENTI

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \dfrac{2}{x^2} y = \sqrt{y} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + 1 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 + x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x, y) = |x|(y^2 - 4),$$

a) determinare gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativi;
b) dire se la funzione è limitata determinando gli eventuali punti di massimo e/o di minimo assoluti.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{x^2 + 2x + 2y^2}{x^2 + 2y^2}\, dx + \frac{4y}{x^2 + 2y^2}\, dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega,$$

essendo γ la curva di equazione $x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
19 giugno 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2-4}{x-3} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = 2y_1 - y_2 + x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = |x^2 - y^2|x,$$

a) determinare gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativi;
b) dire se la funzione è limitata determinando gli eventuali punti di massimo e/o di minimo assoluti;
c) calcolare massimo e minimo assoluti della restrizione della $f(x,y)$ in $[0,1] \times [0,1]$.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{1+n}}{2+n^2x^2}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
10 luglio 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = (2x + y)^2 + 1$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Determinare la soluzione della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2Ky' + y = xe^{2x},$$

al variare dle parametro reale K.

Gruppo B

1) Data la forma differenziale:

$$\omega = \frac{y(y-x)}{2(x+y)^2\sqrt{xy}}\,dx + \frac{x(x-y)}{2(x+y)^2\sqrt{xy}}\,dy$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

essendo γ la curva di equazioni parametriche: $(2 + \cos t, 2 + \sin t)$ con $t \in [0, \frac{3}{2}\pi]$

2) Data la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{-nx}}{1 + nx^2},$$

provare che:

a) converge puntualmente in $]0, +\infty[$;

b) converge uniformemente in $[1, +\infty[$;

c) non converge uniformemente in $]0, +\infty[$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.

corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003

15 settembre 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = e^{x+y} + 1$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2}{x-1}y + \sqrt{y} \\ y(2) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = |x^2 - 1|y,$$

a) determinare gli eventuali punti di amssimo e/o minimo relativi;
b) determinare massimo e minimo assoluti in $[0,1] \times [0,1]$.

2) Data la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{nx}}{(2+nx)n!},$$

provare che:
a) converge puntualmente in $\mathbb{R}$;
b) converge uniformemente in $[0,1]$;
c) non converge uniformemente in $[1,+\infty[$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2005-2006

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.
corso di laurea in Ingegneria informatica (A-Oro) - ord. 2001 e 2003
29 settembre 2006

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere, al variare del parametro reale K, la seguente equazione differenziale:

$$y'' + Ky' - y = e^{(K+1)x}.$$

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x+4}y + \dfrac{2x}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la forma differenziale:

$$\omega = (2x\sqrt{y-1} + y)\, dx + \frac{x^2 + 2x\sqrt{y-1}}{2\sqrt{y-1}}\, dy$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

essendo γ la curva di equazioni parametriche: $(\log(1+t^2) + \sin t, 2 + 2\sin^2 t)$ con $t \in [0, \pi]$

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan \frac{1}{n!}}{n} (x-2)^n.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria elettronica (M-Z), Ingegneria elettrica - V.O.

corso di laurea in Ingegneria informatica (A-F), Ingegneria Civile (A-L) - ord. 2001 e 2003

15 dicembre 2006

APPELLO RISERVATO A STUDENTI FUORI CORSO O RIPETENTI

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2 - 4}{x - 1} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{1 - x} + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x, y) = 1 + \sqrt{x^2 + 2x + y^2},$$

a) determinare gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativi;

b) dire se la funzione è limitata determinando gli eventuali punti di massimo e/o di minimo assoluti;

c) calcolare massimo e minimo assoluti della restrizione della $f(x, y)$ in $[0, 1] \times [0, 1]$.

2) Data la funzione:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 1},$$

calcolare $f^v(0)$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria informatica (A-F), Ingegneria Civile (A-L)

22 gennaio 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2+1}{x-1} \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{x-1} + \dfrac{1}{\sqrt{y}} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = |x|(y^3+1),$$

determinare gli eventuali punti di massimo e/o minimo relativi.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{n^2|x|+n}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

26 febbraio 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2+2}{x^2-4} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''' - 2y'' + 2y' - y = 1 + e^x.$$

Gruppo B

1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int\int_T \frac{xy\log(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy.$$

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2x^2+4}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

18 maggio 2007

APPELLO RISERVATO A STUDENTI FUORI CORSO O RIPETENTI

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x\sqrt{y-1} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - K^2 y = x + e^x,$$

al variare del parametro reale K.

Gruppo B

1) Data:

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 2y,$$

1. calcolare gli eventuali punti di massimo e/o di minmo relativi;
2. dire se é limitata;
3. calcolare il massimo e il minimo assoluti nell'insieme $[0,1] \times [0,1]$.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{nx+1}}{n^2+1}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

25 giugno 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1}{(y+1)\sqrt{x-1}} \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + e^{-x}\sin x \\ y_2' = 2y_1 + y_2 \end{cases}$$

Gruppo B

1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int\int\int_T \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdydz,$$

dove

$$T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;:\; z \geq 0,\, z^2 \leq x^2+y^2 \leq 4\}.$$

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1+n}{n\log^2 n} x^n.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

13 luglio 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (3x+y)^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + y = e^{kx}\cos x,$$

al variare del parametro reale k.

Gruppo B

1) Data la forma differenziale:

$$\omega = \frac{(3x+1)\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}\,dx + \frac{(x+1)\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}\,dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega,$$

essendo γ il sostegno della curva di parametrizzazione: $(\sin^2 t + 1, \sqrt{t^2+1})$, con $t \in [0, \pi]$.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(\sqrt{n}+1)^{x^2-1}}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

11 settembre 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -\dfrac{x^2+y}{x+y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + y = e^{2x} \cos kx,$$

al variare del parametro reale k.

Gruppo B

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = |y|\sqrt{x+1},$$

1. determinare eventuali punti di massimo e/o minimo relativi e assoluti;
2. determinare massimo e minimo assoluti nel quadrato $[-1,1] \times [-1,1]$.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\sqrt{n}}{2n}(x-1)^n.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2006-2007

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F) e in Ingegneria Civile (A-L)

20 settembre 2007

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2 - 1}{x} \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \sqrt{x + y - 1} - 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

Gruppo B

1) Data la forma differenziale:

$$\omega = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 1 \right) dx + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy,$$

calcolare

$$\int_\gamma \omega,$$

essendo γ la frontiera del quadrato $[-2, 2] \times [-2, 2]$.

2) Data la serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^3 x^2 + 1},$$

provare che:

1. converge puntualmente in $]0, +\infty[$,
2. converge uniformemente in $[1, +\infty[$,
3. non converge uniformemente in $]0, +\infty[$.

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2007-2008

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F)

28 gennaio 2008

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto*

ii) *Non si possono consultare libri o appunti. Non si puó utilizzare qualunque tipo di calcolatrice.*

iii) *Tempo: due ore. È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato il compito.*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{(\log y - 1)y}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 + 2 \\ y_2' = 2y_1 - 3y_2 + x \end{cases}$$

Gruppo B

1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int\int\int_T \frac{1}{\sqrt{z^2x^2 + z^2y^2}}\, dxdydz,$$

dove $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, 2x \leq x^2 + y^2 \leq 1,\, -2 \leq z \leq -1\}$.

2) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-nx}}{x^2 + n}.$$

FACOLTÀ di INGEGNERIA — A.A. 2007-2008

Prova scritta di **Analisi Matematica II**

corso di laurea in Ingegneria Informatica (A-F)

18 febbraio 2008

i) *Lo studente svolga* **ALMENO UN ESERCIZIO** *per ciascuno dei due gruppi di esercizi proposti qui sotto.*

ii) *Non si possono consultare libri o appunti. Non si puó utilizzare qualunque tipo di calcolatrice.*

iii) *Tempo: due ore. È vietato uscire dall'aula prima di aver consegnato il compito.*

Gruppo A

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2}{x-1}y + 2\sqrt{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

determinando il più ampio intervallo ove è definita la soluzione.

2) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' + y' + y = \cos kx,$$

essendo k un parametro reale.

Gruppo B

1) Data la funzione

$$f(x,y) = x^2(y-1),$$

1. determinare i suoi eventuali punti di esremo relativo;
2. dire se è limitata, determinandc gli eventuali estremi superiore e inferiore;
3. determinare massimo e minimo assoluti della sua restrizoine nel quadrato $[0,1] \times [0,1]$.

2) Dire se la funzione:

$$f(x) = \frac{x^3}{4+x^2}$$

è sviluppabile in serie di MacLaurin e, eventualmente, scrivere lo sviluppo.